

# Ασκήσεις σε ΑΟΕΔ εκτιμητές

Παράδοση 22-4-2016

1

Έστω  $X_1, X_2, \dots, X_n$  τ. δ. από έναν πληθυσμό με κατανομή την  $G(\alpha, \beta)$ , όπου  $\alpha$  γνωστό και  $\beta = \theta \in \Theta = (0, \infty)$  άγνωστο. Δείξτε ότι η στατιστική συνάρτηση  $U = (1/n\alpha) \sum_{i=1}^n X_i$  είναι Α. Ο. Ε. Δ. εκτιμητής της  $\theta$  και στη συνέχεια να συγκρίνετε τη διακύμανση αυτού με το Κ. Φ. C-R. Τι παρατηρείτε; (Δίνεται ότι  $T = \sum_{i=1}^n X_i$  πλήρης σ. σ.)

2

Δίνεται τ. δ.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  από έναν πληθυσμό με κατανομή

$$f(x, \theta) = \frac{(x+1)}{\theta(\theta+1)} e^{-x/\theta} I_{(0, \infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

Εάν οι συνθήκες ομαλότητας ισχύουν για κάθε αμερόληπτο εκτιμητή, να βρεθεί ο Α. Ο. Ε. Δ. εκτιμητής  $i$ ) της  $g_1(\theta) = \theta(1+2\theta)/(\theta+1)$  και  $ii$ )  $g_2(\theta) = (3+2\theta)(2+\theta)/(\theta+1)$ .